

APROXIMACIÓN AL ESTUDIO DE LA EVOLUCIÓN DE LA DESIGUALDAD EN ESPAÑA MEDIANTE INDICADORES SINTÉTICOS.

García Pérez, Carmelo (carmelo.garcia@uah.es)

Núñez Velázquez, J. Javier (josej.nunez@uah.es)

Rivera Galicia, Luis F. (luisf.rivera@uah.es)

Zamora Sanz, Ana I. (anai.zamora@uah.es)

Departamento de Estadística, Estructura Económica y O.E.I.

Universidad de Alcalá

Palabras Clave: Indicadores sintéticos; Medidas de desigualdad; Análisis dinámico; Análisis multivariante.

Resumen:

En este trabajo se efectúa un análisis dinámico para estudiar la evolución de la desigualdad, utilizando varios indicadores sintéticos contruidos sobre un conjunto de medidas de desigualdad. Una vez presentados los detalles teóricos precisos, se efectúa una comparación utilizando datos de renta de las Comunidades Autónomas españolas, corregidas por ocultación, correspondientes al período 1973-1991.

Códigos UNESCO: 5302.01, 6310.11, 1209.03

1. INTRODUCCIÓN

Para medir la desigualdad se han propuesto, en el desarrollo de la literatura económica y estadística sobre el tema, diferentes herramientas. Una de estas herramientas es la curva de Lorenz, a partir de la cual se pueden establecer ordenaciones de desigualdad, siempre que no se produzcan intersecciones entre dos o más curvas. Posteriormente, se construyeron las curvas generalizadas que, aunque reducen el número de intersecciones, incorporan otros elementos referentes al nivel de renta, que desvirtúan la medición pura de la desigualdad. El inconveniente de la no comparabilidad se resuelve con la introducción de numerosos índices de desigualdad que permiten establecer órdenes totales frente a los parciales de las curvas de Lorenz. Estos indicadores se caracterizan por tener diferentes esquemas de ponderaciones de las rentas que intervienen en su cálculo; algunos inciden más en las rentas situadas en una o en las dos colas de la distribución, otros en las más centrales, etc. Esta circunstancia provoca diferentes ordenaciones derivadas de los valores de cada indicador que, aunque en líneas generales pueden responder a unas pautas comunes, son netamente diferentes.

Ante esta variedad de indicadores, algunos autores han propuesto medidas de desigualdad sintéticas que contemplen las particularidades de un conjunto de índices que superen individualmente el cumplimiento de unos axiomas o propiedades deseables. En la construcción de indicadores sintéticos se pueden emplear diversas técnicas de Análisis Multivariante, como el Análisis de Componentes Principales, o medidas diseñadas con el objetivo específico de resumir información de indicadores, como es el caso de la Distancia P_2 propuesta por el profesor Pena (1977).

La aplicación de estos índices sintéticos permite establecer una ordenación total de los casos para los que se calculan los indicadores de desigualdad en un corte temporal determinado. La comparación dinámica de estos indicadores sintéticos presenta, sin embargo, dificultades por la base fundamentalmente empírica de los mismos que genera una estructura de ponderaciones variable a lo largo del tiempo, en cuanto que un indicador de la batería seleccionada puede tener mayor o menor peso según el instante temporal considerado. Los mecanismos a través de los cuales se obtienen los indicadores sintéticos parten únicamente de unos datos de sección cruzada, los cuales se intentan resumir mediante un procedimiento optimizador, en cierto sentido, pero que no define por sí mismo una estructura fija que permita una medición homogénea de la desigualdad a lo largo del tiempo.

En este trabajo, se presentan distintos indicadores sintéticos de desigualdad y se proponen mecanismos que nos permiten introducir en su formulación y cálculo la componente dinámica. De esta forma, se pretende que los resultados arrojados por estos indicadores, para cada caso de estudio, puedan ser comparables tanto en sentido transversal como longitudinalmente, es decir, a lo largo de los diferentes períodos de tiempo considerados en un estudio.

La metodología propuesta se aplicará al caso de las Comunidades Autónomas españolas en el período 1973-91, partiendo de los datos de renta de las EBPF, corregidos por ocultación.

2. DATOS DE RENTA UTILIZADOS Y SELECCIÓN DE INDICADORES

2.1. DATOS DE RENTA

En el presente estudio se utilizarán los datos de rentas disponibles *per cápita* anuales, procedentes de las Encuestas Básicas de Presupuestos Familiares, corregidas del efecto de la ocultación mediante una armonización con las partidas equivalentes procedentes de la Contabilidad Nacional. Estos datos son los utilizados y elaborados en la obra “Distribución de la Renta en España” (Pena et al., 1996). El nivel de desagregación utilizado es el referente a Comunidades Autónomas, descartando las categorías socioeconómicas y los tipos de hábitat, que pueden ser objeto de posteriores trabajos.

En el mencionado trabajo se fundamentan las decisiones tomadas hasta llegar al concepto de renta considerado. Tras la justificación de la utilización de datos de renta en lugar de gasto, se propone un proceso de corrección de la ocultación de los datos de renta recogidos en las Encuestas Básicas de Hogares del INE (1973, 1980, 1990). Esta propuesta queda ampliamente respaldada por razones objetivas constatadas empíricamente, tales como la discrepancia observada entre el montante total de renta deducido de las Encuestas Básicas de Presupuestos Familiares y los datos de referencia de las partidas correspondientes de la Contabilidad Nacional.

Aunque se plantean distintos modelos de corrección de la ocultación en el estudio mencionado, utilizaremos aquí los datos de renta corregidos por una tasa de ocultación progresiva que efectúa una imputación de la ocultación con mayor intensidad en las clases de rentas elevadas que en las clases con rentas bajas.

2.2. INDICADORES SELECCIONADOS

En este estudio, se ha trabajado con siete de los ocho indicadores de desigualdad seleccionados y obtenidos en los tres instantes de tiempo considerados en Pena et al. (1996). El proceso de selección de indicadores y las razones que justifican el mismo, puede consultarse en la mencionada obra. La eliminación del indicador *Varianza Normalizada de Logaritmos* se debe a su no estricta compatibilidad con la ordenación de Lorenz, requisito admitido generalmente en el estudio y selección de medidas de desigualdad. Esta circunstancia provoca un comportamiento anómalo frente al resto de indicadores.

Las expresiones de los indicadores seleccionados son las siguientes:

1. Medida de Desigualdad de Atkinson de Orden 0.5

$$ATKIN0.5 = 1 - \frac{1}{\mu} \cdot \left(\sum_{i=1}^k f_i \sqrt{x_i} \right),$$

donde x_i son las rentas, μ su media aritmética y f_i las correspondientes frecuencias relativas.

2. Medida de Desigualdad de Atkinson de Orden 1

$$ATKIN1 = 1 - \prod_{i=1}^k \left(\frac{x_i}{i} \right)^{f_i}.$$

3. Medida de Desigualdad de Atkinson de Orden 2

$$ATKIN2 = 1 - (\mu_A/\mu),$$

donde μ_A representa la media armónica de la distribución.

4. Coeficiente de Variación al Cuadrado Normalizado

$$CV2.NORM = CV^2 / (1 + CV^2),$$

donde CV es el coeficiente de variación.

5. Índice de Gini

$$GINI = \frac{1}{2i} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k |x_i - x_j| f_i f_j,$$

6. Índice de Pietra

$$PIETRA = Desv.M/(2\mu),$$

donde $Desv.M = \sum_{i=1}^k |x_u - \mu| f_i$.

7. Medida de Desigualdad de Theil de Orden 1 Normalizada

$$TH1.NORM = 1 - \exp(-THEIL1),$$

donde $THEIL1 = \frac{1}{i} \sum_{i=1}^k x_i \log \left(\frac{x_i}{i} \right) \cdot f_i$.

Los índices seleccionados se han calculado a partir de las distribuciones de rentas corregidas de cada Comunidad Autónoma y del total nacional que actuará como referencia para las comunidades.

3. METODOLOGÍA

Para realizar un estudio comparativo completo sobre desigualdad, sería interesante disponer de un indicador global que permitiera una ordenación completa de las distribuciones generadas por los subgrupos (Comunidades Autónomas), tanto en su aspecto transversal como longitudinal. Por ello, tal indicador debería ser sintético, en el sentido de recoger la información suministrada por los diferentes indicadores de desigualdad seleccionados. En este trabajo, se consideran dos sistemas alternativos para unificar esta información, siendo uno de ellos el indicador normalizado Z^* , construido a partir del Análisis de Componentes Principales, y el otro se basará en la distancia P_2 (DP_2), propuesta en Pena(1977).

3.1. EL INDICADOR NORMALIZADO Z^*

Este indicador se construye a partir de la primera componente obtenida del Análisis de Componentes Principales. Al ser la primera componente la que mayor variabilidad recoge constituirá un resumen, en cierta medida óptimo, de la información de los indicadores parciales considerados. Esta primera componente puede expresarse como:

$$Z_1 = \sum_{j=1}^p u_{1j} Y_j$$

donde $Y_j, j = 1, \dots, p$, son los indicadores de desigualdad, I_j , tipificados para eliminar la influencia de las distintas escalas, y $u_{1j}, j = 1, \dots, p$, son los coeficientes del Análisis de Componentes Principales para el cálculo de las puntuaciones en la primera componente.

A partir de esta expresión, el indicador normalizado Z^* se obtendrá como una combinación lineal convexa de los indicadores de desigualdad parciales¹:

$$Z^* = \sum_{j=1}^p a_j^* I_j = \sum_{j=1}^p \left(\frac{u_{1j} / S_{I_j}}{\sum_{i=1}^p (u_{1i} / S_{I_i})} \right) I_j$$

siendo S_{I_j} , la desviación típica del índice de desigualdad j -ésimo

Este indicador Z^* puede considerarse un indicador sintético normalizado de desigualdad pues se anula cuando hay igualdad total ($I_j = 0, \forall j=1, \dots, p$), y coincide con la unidad para la desigualdad extrema ($I_j = 1, \forall j=1, \dots, p$).

En sentido estricto, la construcción de un indicador dinámico de desigualdad implicaría la consideración de una expresión del tipo:

$$Z^*(x, t) = \sum_{j=1}^p a_j^*(t) I_j(x, t), \quad t \in [t_0, t_1] \subset \mathfrak{R}, \quad x \in X_t,$$

siendo X_t el conjunto de posibles estados en el instante t que, en este caso, correspondería a las diversas Comunidades Autónomas. Así pues, formalmente, el indicador se construiría a partir de la primera componente obtenida mediante Análisis Funcional de Componentes Principales. Sin embargo, al no poder disponer de información de las E.B.P.F. de modo continuo, no se podrían observar trayectorias muestrales que permitieran su construcción. El siguiente paso, por lo tanto, sería formular el modelo en términos de series temporales:

$$Z_t^*(x) = \sum_{j=1}^p a_{jt}^* I_{jt}(x), \quad t \in N, \quad x \in X_t,$$

donde N es el conjunto de números naturales. De nuevo, hemos de considerar que las E.B.P.F. consideradas son tres y con un lapso temporal de un decenio aproximadamente, entre ellas. Esto hace imposible la estimación de un modelo de este tipo.

Por tanto, para obtener valores comparables a lo largo del tiempo, además de en sentido transversal, se propone la consideración conjunta de los casos de estudio, independientemente de su

¹ Los detalles sobre la construcción de este indicador pueden verse en García et al. (2001).

referencia temporal. De esta forma, se extraerá una primera componente principal referida a todo el período de estudio, que recoge la máxima varianza posible de unos datos de carácter transversal y temporal, constituyendo un modelo del tipo:

$$Z^*(x,t) = \sum_{j=1}^p a_j^* I_j(x,t), \quad t \in \{73,80,90\}, \quad x \in X_t,$$

De este modo, se tiene un marco común de comparación y una estructura de ponderaciones homogénea, a través de la primera componente, que se mantiene a lo largo del tiempo. Así pues, este planteamiento hace posible establecer comparaciones dinámicas, transversales e incluso de combinaciones de ambas características.

Ahora bien, para dar validez al planteamiento presentado, es necesario efectuar una serie de comprobaciones que justifiquen este modo de actuación. Formalmente, los datos se estructuran en base a dos factores, que son el tiempo y la Comunidad Autónoma. Por tanto, puede considerarse que se trata de tres grupos distintos, diferenciados por el tiempo, de indicadores de desigualdad medidos sobre las Comunidades Autónomas y el conjunto nacional. Por otra parte, debe reseñarse que cada grupo no constituye una muestra, ya que se dispone de las observaciones para todos los casos. Sin embargo, sí existe variabilidad muestral en los datos, ya que los valores de los diferentes indicadores constituyen estimaciones establecidas a partir de las correspondientes E.B.P.F.. Así pues:

- a) En relación con la posible dependencia de los grupos descritos con respecto al tiempo, tal y como señala Jolliffe (1986, Cap.11), hay que destacar que tal dependencia es función, obviamente, de la proximidad de los instantes de observación y, en este trabajo, la distancia entre las E.B.P.F. es de una década aproximadamente, lo que debilita casi totalmente la dependencia temporal. Por otra parte, el carácter descriptivo ó poblacional del análisis efectuado hace innecesarias las restricciones fuertes, como podrían ser la independencia ó la normalidad multivariante.
- b) Por otra parte, la mayor garantía para el desarrollo riguroso de la técnica descrita sería la igualdad entre las matrices de covarianzas (en este caso de correlación) de los grupos implicados. No obstante, ahora sí debe tenerse en cuenta la variabilidad muestral antes mencionada. Así, teniendo en cuenta este detalle, se ha calculado el radio espectral de la matriz obtenida mediante diferencia entre la de global de covarianzas y cada una de las correspondientes a los tres grupos temporales obteniendo, para los tres casos, un valor máximo de 0,2953. Como es sabido, este número es una cota inferior para cualquier norma matricial que se utilice y, además, puede probarse que siempre existe alguna norma matricial cuyo valor coincide con el radio espectral salvo una ligera aproximación.² Puede deducirse, por tanto, que no existe una fuerte estructura tendencial que ligue las matrices, lo que se pondría de manifiesto mediante esta misma tendencia en los radios espectrales y, además, tampoco se puede afirmar que existan diferencias muy significativas entre las matrices.

² Ver Horn & Johnson (1985), para más detalles. En particular, los resultados reseñados corresponden al Teorema 5.6.9 y al Lema 5.6.10, en la pág. 297.

c) Además, de estas comprobaciones *a priori*, se realizarán posteriormente una serie de comparaciones *a posteriori*, con el fin de asegurar aún más la validez del indicador construido. Entre ellas, se incluirán las siguientes:

- Análisis de la evolución temporal de los coeficientes del indicador sintético desarrollado, mediante la comparación de los obtenidos en cada instante temporal con el global aquí propuesto.
- Análisis de las correlaciones entre los resultados obtenidos con ambas aproximaciones; es decir, la global frente a la obtenida en cada grupo temporal.
- Construcción de un indicador sintético alternativo basado en la técnica del *Análisis del Espacio Común*³, cuyo objetivo es conseguir un vector de manera que el ángulo formado con los autovectores obtenidos en cada grupo, sea mínimo. El vector construido se comparará con el global que se propone en términos de distancias.

3.2. INDICADORES BASADOS EN LA DISTANCIA DP_2 .

La distancia P_2 , propuesta por Pena (1977), se define como:

$$DP_2 = \sum_{j=1}^p \frac{d_j}{S_{I_j}} (1 - R_{j.(j-1),...,1}^2)$$

donde $d_j = d_j(r, s_0) = |I_j(r) - I_j(s_0)|$, para comparar el caso r con la situación inicial de referencia $I(s_0) = (I_1(s_0), ..., I_j(s_0), ..., I_p(s_0))$ siendo $I_j(r)$ el valor de I_j para el caso r , y $R_{j.(j-1),...,1}^2$ es el coeficiente de determinación de la regresión de I_j sobre $I_{j-1}, I_{j-2}, ..., I_1$, ($R_1^2 = 0$).

Los factores correctores $(1 - R_{j.(j-1),...,1}^2)$, permiten eliminar de los indicadores de desigualdad parciales la información contenida en los índices precedentes. Por otra parte, estos coeficientes obligan a incorporar los indicadores de desigualdad parciales de forma jerárquica según su importancia relativa a la hora de determinar la desigualdad⁴.

Se proponen varias opciones para realizar el análisis dinámico mediante la DP_2 .

1. Utilizar un vector común de referencia, para evaluar dinámicamente la desigualdad tanto a nivel nacional como de Comunidades Autónomas. En este caso, la invarianza de la DP_2 frente a la selección de dicho vector siempre que se verifique⁵ $I_j(s_0) \leq \min_{r,t} I_j(r,t)$, $j = 1, ..., p$, y, además, la

³ La técnica está descrita en Krzanowski (1979, 1982) y una técnica equivalente se propone en Keramidas, Devlin y Gnanadesikan (1987).

⁴ Para un estudio más detallado sobre la construcción y las propiedades de la distancia P_2 pueden consultarse Pena (1977) y Zarzosa (1996).

⁵ Ver nota anterior.

referencia de los indicadores de desigualdad con respecto a la situación de distribución de rentas, aconseja utilizar

$$I_j(s_0) = 0 \quad , j = 1, \dots, p.$$

En este caso, además, se puede formular la distancia DP_2 como una combinación lineal de los indicadores utilizados:

$$DP_2 = \sum_{j=1}^p \frac{d_j}{S_{I_j}} (1 - R_{j.(j-1), \dots, 1}^2) = \sum_{j=1}^p \frac{|I_j(r) - I_j(s_0)|}{S_{I_j}} (1 - R_{j.(j-1), \dots, 1}^2) = \sum_{j=1}^p b_j^* I_j(r)$$

siendo, como queda claro, $b_j^* = \frac{(1 - R_{j.(j-1), \dots, 1}^2)}{S_{I_j}}, j = 1, \dots, p.$

2. Calcular la distancia P_2 aplicada sobre los 56 casos, independientemente del período temporal al que se refieren, de la misma manera propuesta anteriormente para realizar el análisis dinámico con Z^* . En este caso, también hay que tener en cuenta las apreciaciones expuestas al presentar el indicador normalizado, en cuanto al carácter temporal presente en la formación de los tres grupos que se analizan de modo global. Por otra parte, algunas de las comprobaciones *a posteriori* descritas, también se aplicarán al indicador global basado en la DP_2 ; en particular, el análisis de las correlaciones de los resultados obtenidos frente a los generados en cada corte transversal.

4. RESULTADOS OBTENIDOS UTILIZANDO EL INDICADOR GLOBAL NORMALIZADO Z^*

Aplicando la metodología anteriormente comentada, se ha utilizado la técnica de la extracción de Componentes Principales sobre la matriz de datos de los índices de desigualdad para cada una de las Comunidades Autónomas en los tres períodos temporales considerados. La primera componente, propuesta como herramienta para la obtención de un índice de desigualdad, explica más del 85% de la variabilidad de los indicadores de desigualdad analizados, lo cual indica que constituye un buen resumen de la información.

La construcción del indicador de desigualdad propuesto, Z^* , se realiza transformando los coeficientes para el cálculo de las puntuaciones en la primera componente, según lo indicado en la metodología expuesta anteriormente. Así, en la Tabla 1 se muestran los coeficientes a_j^* que permiten calcular el indicador de desigualdad Z^* .

	a_j^*
ATKIN0.5	0,242205
ATKIN1	0,168175
ATKIN2	0,099579
CV2.NORM	0,024140
GINI	0,164537
PIETRA	0,219076
THINORM	0,082288

Tabla 1: Coeficientes para el cálculo del indicador global de desigualdad Z^* .

Los valores obtenidos del indicador global Z^* en el período se presentan en la Tabla 2, desglosados por año para facilitar la comparación interanual.

	EBPF 1973-74 Z^*	EBPF 1980-81 Z^*	EBPF 1990-91 Z^*
Total Nacional	0,263504	0,264208	0,235723
Andalucía	0,278148	0,260196	0,254164
Aragón	0,279394	0,256805	0,191257
Asturias	0,203272	0,222767	0,161314
Baleares	0,192575	0,239090	0,205244
Canarias	0,255425	0,253899	0,228125
Cantabria	0,267075	0,257243	0,201012
Castilla-León	0,311203	0,244301	0,217983
Castilla-La Mancha	0,282840	0,271781	0,264832
Cataluña	0,201932	0,256390	0,208971
Com. Valenciana	0,224316	0,271530	0,195832
Extremadura	0,287025	0,244415	0,218399
Galicia	0,236231	0,229509	0,204201
Madrid	0,278365	0,258786	0,259380
Murcia	0,295798	0,222300	0,262121
Navarra	0,210140	0,230566	0,176675
País Vasco	0,250006	0,180281	0,206878
La Rioja	0,239914	0,171986	0,200765
Ceuta y Melilla	-	0,237429	0,277036

Tabla 2: Valores del indicador global Z^* para las Comunidades Autónomas, separados por años.

Para comparar la posición relativa de cada Comunidad Autónoma con respecto a las demás en función del valor del indicador global Z^* , se representan dichos valores en el Gráfico 1.

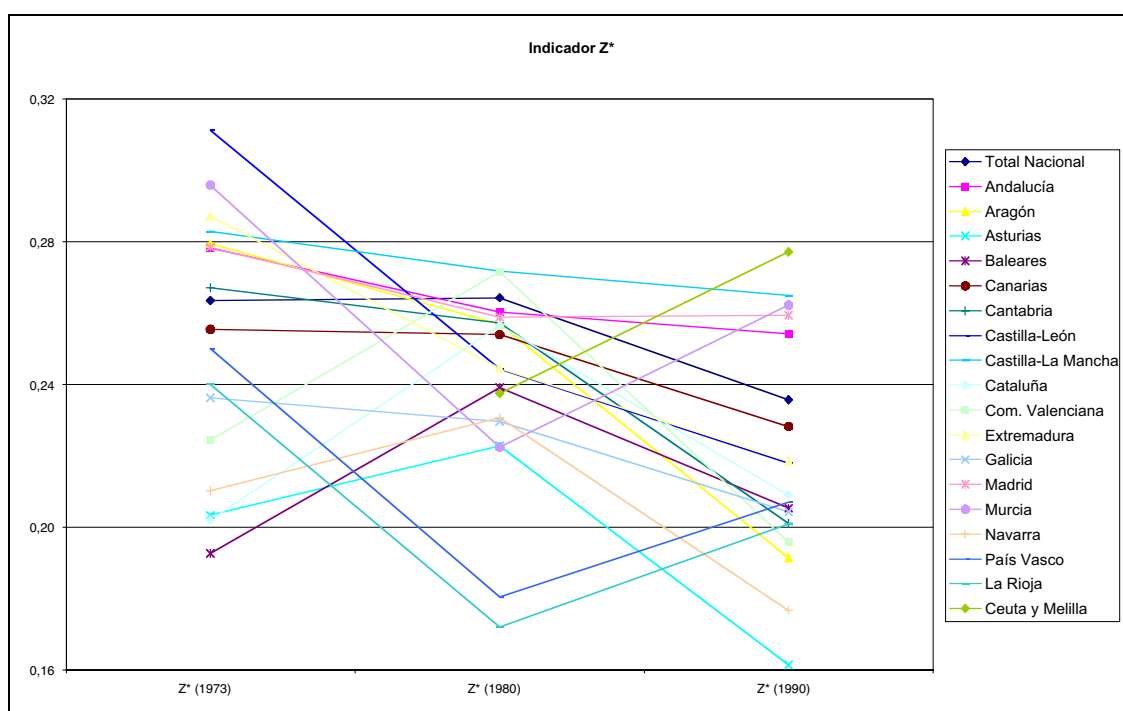


Gráfico 1: Evolución del indicador global Z^* en cada Comunidad Autónoma, por años.

En el Gráfico 2, se representan sombreadas las Comunidades Autónomas en las cuales el indicador global Z^* ha tomado un valor superior al del Total Nacional, y por tanto, han resultado tener una mayor desigualdad que el Total Nacional.



Gráfico 2: Comunidades Autónomas con más desigualdad (según Z^*) que el Total Nacional, por años.

5. RESULTADOS OBTENIDOS MEDIANTE LOS INDICADORES BASADOS EN LA DISTANCIA DP_2 .

5.1. INDICADOR DP_2 TRANSVERSAL CON REFERENCIA FIJA

Como ya se ha señalado en la metodología, la primera aplicación del método de la distancia DP_2 se ha realizado sobre tres conjuntos diferentes de datos. Cada conjunto de datos estaba formado por la medición de los siete indicadores de desigualdad en las Comunidades Autónomas, para cada uno de los tres periodos temporales considerados.

Al utilizar el método de la distancia DP_2 para resumir los indicadores de desigualdad analizados año por año, tomando como referencia la situación de equidistribución de la renta, los factores correctores que se obtienen son los que aparecen en la Tabla 3.

	EBPF 1973-74	EBPF 1980-81	EBPF 1990-91
	$(1-R^2_{i(j-1)...l})$	$(1-R^2_{i(j-1)...l})$	$(1-R^2_{i(j-1)...l})$
<i>ATKIN0.5</i>	0,018261	1,000000	1,000000
<i>ATKIN1</i>	1,000000	0,083676	0,107771
<i>ATKIN2</i>	0,002600	0,015073	0,040676
<i>CV2.NORM</i>	0,018422	0,021590	0,053875
<i>GINI</i>	0,012463	0,012283	0,021466
<i>PIETRA</i>	0,002106	0,006817	0,004823
<i>THINORM</i>	0,002873	0,006739	0,010015

Tabla 3: Factores correctores para el cálculo de la distancia DP_2 transversal.

De esta manera, realizando el cálculo de la distancia DP_2 , se obtienen los valores que se presentan en la Tabla 4.

	EBPF 1973-74	EBPF 1980-81	EBPF 1990-91
	DP_2	DP_2	DP_2
Total Nacional	6,777898	8,280609	6,743823
Andalucía	7,313004	8,096913	7,511884
Aragón	7,246398	8,151597	5,190538
Asturias	4,934412	6,621246	4,078544
Baleares	4,547987	7,328137	5,602364
Canarias	6,594843	8,041354	6,328364
Cantabria	6,654203	8,254210	5,428503
Castilla-León	8,150968	7,558868	6,094801
Castilla-La Mancha	7,212397	8,770380	8,340275
Cataluña	4,873559	8,347006	5,729985
Comunidad Valenciana	5,535711	8,947772	5,361802
Extremadura	7,548686	7,575960	6,127758
Galicia	5,913210	6,958956	5,707639
Madrid	7,267377	8,114976	8,049706
Murcia	7,617142	6,546736	7,809924
Navarra	5,098844	6,975472	4,532076
País Vasco	6,119962	4,905009	5,729852
La Rioja	6,018405	4,624256	5,619597
Ceuta y Melilla	-	7,085753	8,267373

Tabla 4: Valores del indicador DP_2 transversal para las Comunidades Autónomas.

Para comparar la posición relativa de cada Comunidad Autónoma con respecto a las demás y al Total Nacional en función del valor del indicador DP_2 , se representan dichos valores en el Gráfico 3.

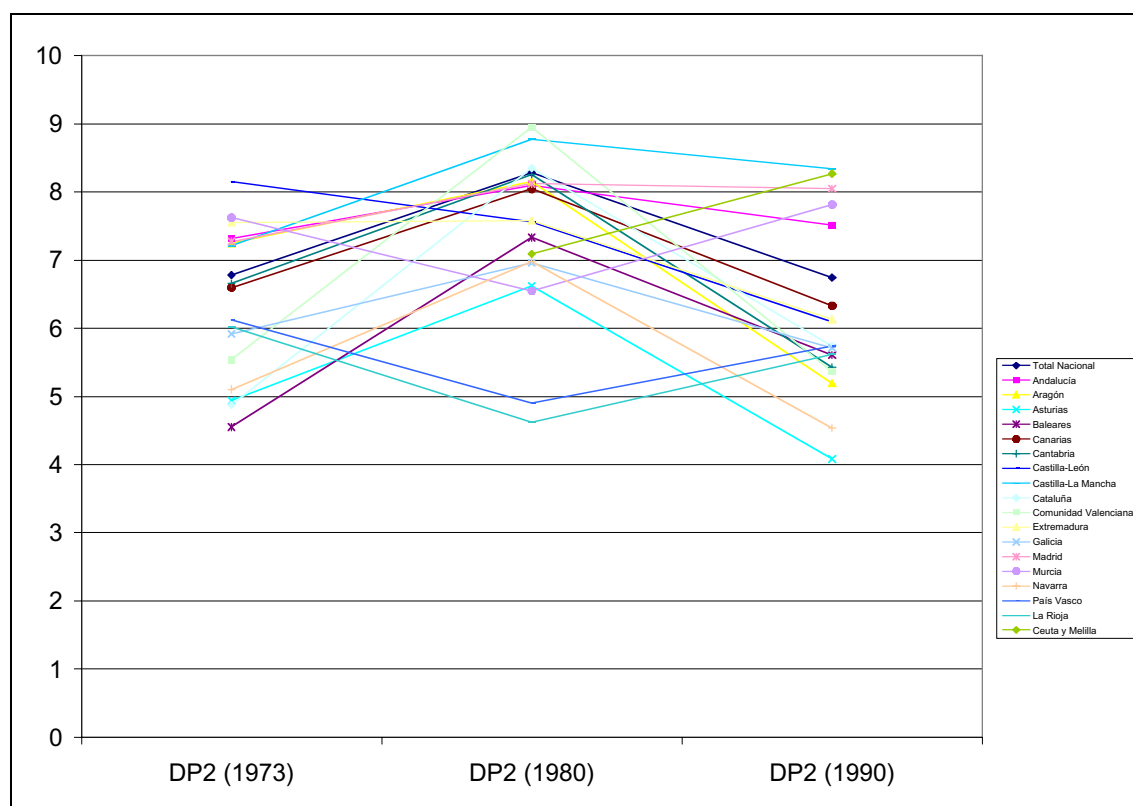


Gráfico 3: Evolución anual del indicador DP_2 transversal en cada Comunidad Autónoma.

En el Gráfico 4, se representan sombreadas las Comunidades Autónomas en las cuales el indicador DP_2 transversal correspondiente ha tomado un valor superior al del Total Nacional, y por tanto, al tomar como referencia el caso ideal de nula desigualdad, resultan ser más desiguales que el Total Nacional.



Gráfico 4: Comunidades Autónomas con más desigualdad que el Total Nacional, por años.

5.2. INDICADOR DP_2 GLOBAL

En este apartado se utiliza el método de la distancia DP_2 para resumir los indicadores de desigualdad analizados en todos los períodos temporales conjuntamente. La base de referencia que se toma es el caso ideal de una Comunidad Autónoma que tuviera equidistribución de renta. Así, los factores correctores que se obtienen son los que aparecen en la Tabla 5.

	$(1-R^2_{i(j-1)...1})$
<i>ATKIN0.5</i>	1,000000
<i>ATKIN1</i>	0,070196
<i>ATKIN2</i>	0,039395
<i>CV2.NORM</i>	0,049281
<i>GINI</i>	0,017916
<i>PIETRA</i>	0,004691
<i>THINORM</i>	0,012771

Tabla 5: Factores correctores para el cálculo de la distancia DP_2 global.

De esta manera, realizando el cálculo de la distancia DP_2 global para cada caso, de año en año, se obtienen los valores que se presentan en la Tabla 6.

	EBPF 1973-74	EBPF 1980-81	EBPF 1990-91
	DP_2	DP_2	DP_2
Total Nacional	6,677154	6,617766	5,677801
Andalucía	7,196528	6,438353	6,325705
Aragón	7,507889	6,481302	4,363173
Asturias	4,697352	5,263789	3,423228
Baleares	4,476722	5,804316	4,711681
Canarias	6,377623	6,372571	5,317828
Cantabria	7,331633	6,576721	4,565262
Castilla-León	8,556085	6,000016	5,121940
Castilla-La Mancha	7,404820	7,011910	7,046998
Cataluña	4,649772	6,664629	4,814761
Com. Valenciana	5,411408	7,139476	4,506494
Extremadura	7,494879	6,007978	5,147833
Galicia	5,794520	5,528421	4,801393
Madrid	7,206641	6,425187	6,785716
Murcia	8,330426	5,192020	6,570812
Navarra	4,983020	5,543550	3,804000
País Vasco	6,436872	3,906585	4,816348
La Rioja	6,113290	3,681454	4,725099
Ceuta y Melilla	-	5,628199	6,948870

Tabla 6: Valores del indicador DP_2 global para las Comunidades Autónomas.

Para comparar la posición relativa de cada Comunidad Autónoma con respecto a las demás y al Total Nacional en función del valor del indicador DP_2 , se representan dichos valores en el Gráfico 5.

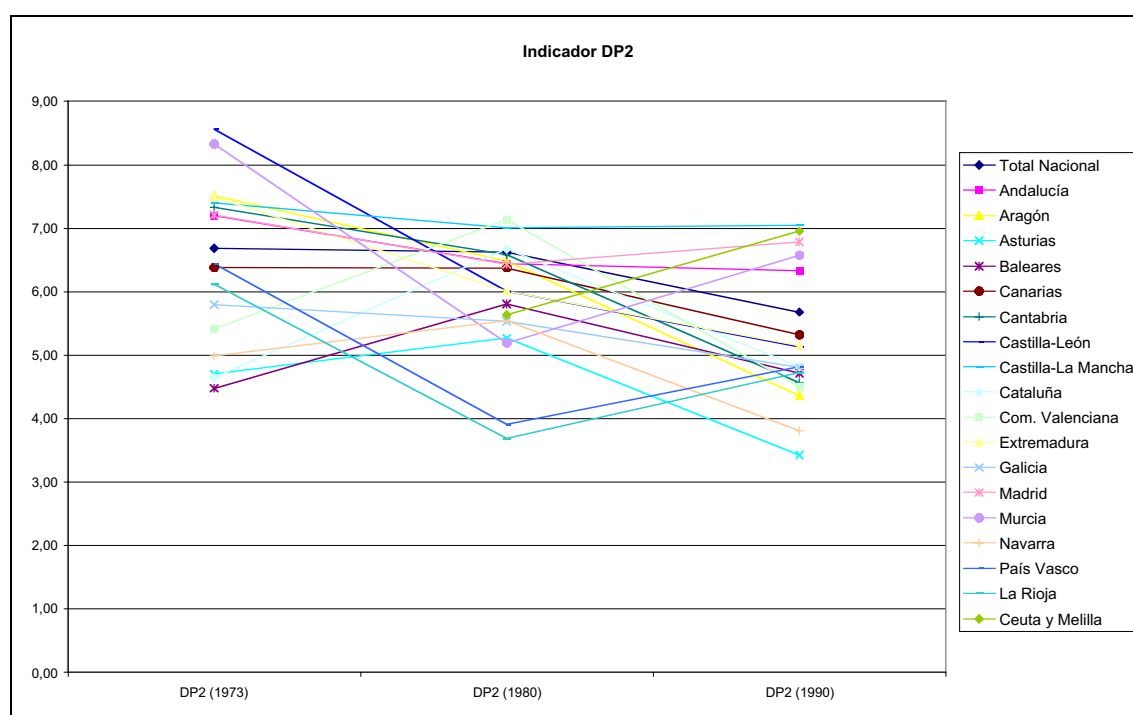


Gráfico 5: Evolución anual del indicador DP_2 global en cada Comunidad Autónoma.

En el Gráfico 6, se representan sombreadas las Comunidades Autónomas en las cuales el indicador DP_2 ha tomado un valor superior al del Total Nacional, y por tanto, resultan ser más desiguales que el Total Nacional.

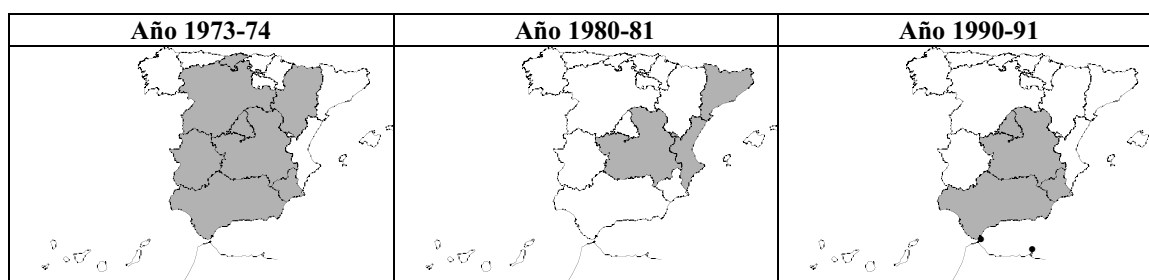


Gráfico 6: Comunidades Autónomas con más desigualdad (según la distancia DP_2 global), que el Total Nacional, por años.

6. ANÁLISIS COMPARATIVO DE LA ESTRUCTURA DE LOS INDICADORES SINTÉTICOS UTILIZADOS

El análisis comparativo de la composición de los indicadores sintéticos considerados resulta interesante para comprobar la estabilidad de la estructura interna de los mismos y el juego de fuerzas de los indicadores individuales que intervienen. La posibilidad de expresar el indicador Z^* y el indicador DP_2 como combinaciones lineales de los índices que los componen es el marco común comparativo que nos permitirá establecer las relaciones entre ambos.

En primer lugar, con el fin de comprobar la estabilidad del indicador Z^* obtenido, se comparan las ponderaciones que se han calculado con la metodología propuesta en este trabajo, con las ponderaciones que se obtuvieron utilizando la misma metodología considerando los datos de cada año de manera individual (ver García et al., 2001). Estas ponderaciones figuran en la Tabla 7, y su representación en el Gráfico 7. Estas gráficas corroboran la gran estabilidad de la estructura de ponderaciones de los diferentes indicadores sintéticos obtenidos, lo que apoya la utilización de un indicador sintético común para todo el período.

	$a_j^*(73)$	$a_j^*(80)$	$a_j^*(90)$	$a_j^*(73-90)$
ATKIN0,5	0,232	0,246	0,256	0,242
ATKIN1	0,165	0,175	0,164	0,168
ATKIN2	0,113	0,100	0,080	0,100
CV2.NORM	0,031	0,017	0,021	0,024
GINI	0,162	0,168	0,170	0,165
PIETRA	0,211	0,221	0,232	0,219
TH1.NORM	0,087	0,073	0,076	0,082

Tabla 7: Ponderaciones obtenidas por años separados y de manera conjunta.

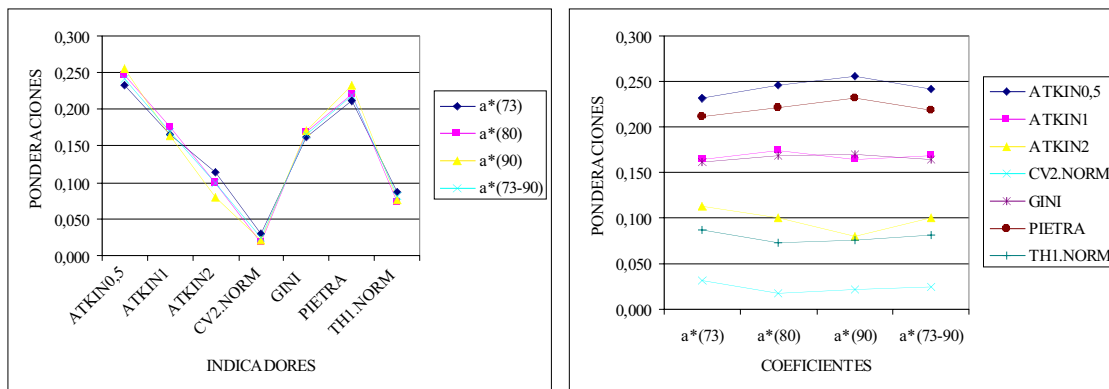


Gráfico 7: Estructura de ponderaciones de los indicadores en los Z^* , y ponderación que tiene cada indicador de desigualdad en los indicadores sintéticos.

Para abundar más en la relación entre los resultados obtenidos mediante el indicador Z^* , se calcularon los coeficientes de correlación entre los valores de los indicadores $Z^*(t)$, obtenidos por años en el estudio mencionado anteriormente (García et al., 2001) y los correspondientes valores del indicador global Z^* calculado en este trabajo, restringido para cada año ($Z^*_{|t}$). Los resultados se muestran en la Tabla 8, en la que se observa la estrecha relación existente entre los resultados calculados de una u otra forma.

Correlaciones	$Z^*(1973)$	$Z^*(1980)$	$Z^*(1990)$
$Z^*_{ 73}$	0,962877	-	-
$Z^*_{ 80}$	-	0,947090	-
$Z^*_{ 90}$	-	-	0,881726

Tabla 8: Coeficientes de correlación obtenidos para los valores de Z^* .

En cuanto a la estructura concreta que ha resultado en el indicador Z^* global — última columna de la Tabla 7— hay cuatro indicadores de desigualdad (*ATKIN0.5*, *ATKIN1*, *GINI* y *PIETRA*) cuyas ponderaciones acumulan una participación superior al 77% en el indicador sintético. Entre ellos destacan poderosamente los índices *ATKIN0.5*, con una participación del 24% y el índice de *PIETRA*, con una participación cercana al 22%.

En la Tabla 9, se presentan las distancias entre los vectores que definen los coeficientes del indicador normalizado global obtenido y los transversales, utilizando los autovectores correspondientes. El vector basado en el vector generado mediante la técnica del Análisis del Espacio Común (Krzanowski, 1979 y Keramidas et al., 1987) se construye obteniendo el vector que forma un ángulo mínimo con los autovectores generados para los indicadores normalizados transversales. Puede observarse como estas distancias son muy pequeñas en todos los casos y, además, si se calcula el ángulo formado por dicho vector y el generado para la construcción del indicador global normalizado, puede comprobarse como su coseno asciende a 0,99987, lo que determina un ángulo de 0,93123 grados.

Distancias	73/74	80/81	90/91	Espacio Común	Global
73/74	-				
80/81	0,100611	-			
90/91	0,119129	0,091090	-		
Espacio Común	0,066524	0,050330	0,062557	-	
Global	0,077443	0,081581	0,054869	0,040310	-

Tabla 9: Distancias entre coeficientes alternativos del indicador normalizado.

Así pues, puede comprobarse como todas las pruebas de estabilidad *a posteriori* que se han realizado, dan como resultado la perfecta validez del indicador global normalizado Z^* propuesto.

En segundo lugar, para comparar con los resultados anteriores, se han obtenido, de acuerdo con la metodología expuesta para la distancia DP_2 , los coeficientes de la combinación lineal para la construcción de la distancia DP_2 a partir de los indicadores de desigualdad. Dichos coeficientes se presentan en la Tabla 10, junto con su equivalencia en términos relativos para permitir la comparación con los resultados obtenidos para Z^* .

	$b_j^*(73)$	$b_j^*(73)^R$	$b_j^*(80)$	$b_j^*(80)^R$	$b_j^*(90)$	$b_j^*(90)^R$	$b_j^*(73-90)$	$b_j^*(73-90)^R$
ATKIN0.5	0,750431	0,024685	56,727933	0,920869	50,294221	0,898458	43,272637	0,912976
ATKIN1	28,982987	0,953388	3,375257	0,054791	3,505774	0,062627	2,108734	0,044491
ATKIN2	0,056102	0,001845	0,386547	0,006275	0,760143	0,013579	0,818305	0,017265
CV2.NORM	0,121603	0,004000	0,113216	0,001838	0,294219	0,005256	0,268025	0,005655
GINI	0,360953	0,011873	0,492423	0,007994	0,727760	0,013001	0,535052	0,011289
PIETRA	0,080860	0,002660	0,380137	0,006171	0,225574	0,004030	0,190565	0,004021
TH1NORM	0,047044	0,001547	0,127086	0,002063	0,170701	0,003049	0,204038	0,004305
Nota: Con $b_j^*(t)^R$ se denota el coeficiente correspondiente expresado en términos relativos.								

Tabla 10: Coeficientes de ponderación en la combinación lineal para el cálculo de la distancia DP_2 , transversales y global.

En los resultados de esta tabla, se aprecia el fuerte peso de un solo indicador en cada una de las medidas DP_2 calculadas. Este indicador es el índice *ATKIN0.5* salvo en el año 1973. Respecto al indicador global DP_2 calculado con la metodología expuesta en este trabajo, se observa una participación de un 91% del índice *ATKIN0.5*, un 4,4% del índice *ATKIN1* y una participación residual del resto de indicadores frente a la composición más equilibrada del indicador sintético Z^* .

De manera análoga a como se ha realizado para el indicador Z^* , los coeficientes de correlación calculados para la DP_2 se presentan en la Tabla 11, observándose las mismas conclusiones.

Correlaciones	$DP_2(1973)$	$DP_2(1980)$	$DP_2(1990)$
$DP_2 _{73}$	0,979534	-	-
$DP_2 _{80}$	-	0,999808	-
$DP_2 _{90}$	-	-	0,999978

Tabla 11: Coeficientes de correlación obtenidos para los valores de la DP_2 .

7. EVOLUCIÓN DE LA DESIGUALDAD EN LAS COMUNIDADES AUTÓNOMAS ESPAÑOLAS (1973-91)

Los resultados de los indicadores sintéticos calculados en este estudio permiten extraer, en general y sólo para el caso de consideración conjunta de los datos, conclusiones comunes sobre la evolución de la desigualdad del total nacional y de las Comunidades Autónomas españolas a lo largo del periodo 1973-1991.

En el caso del total nacional, se observa, en primer lugar, una clara disminución de la desigualdad en 1990 con respecto a los dos cortes temporales anteriores. Para la comparación entre 1973 y 1980 encontramos diferencias entre los resultados de la DP_2 , que indica una leve disminución, y de Z^* que señala por el contrario un leve aumento de la desigualdad. Ambos resultados son congruentes con la ordenación Lorenz, que puede verse en Pena et al. (1996), donde se señala que la curva de Lorenz correspondiente al año 1990 domina a las de 1980 y 1973, mientras que las dos últimas presentan varias intersecciones.

En cuanto a la evolución de la desigualdad en las diferentes Comunidades Autónomas, pueden distinguirse varios patrones evolutivos. Encontramos, en primer lugar, que el conjunto más numeroso de comunidades (Castilla-León, Extremadura, Andalucía, Canarias, Galicia, Cantabria y Aragón) experimenta una reducción continuada de la desigualdad a lo largo del período de estudio. Un segundo grupo compuesto por Navarra, Asturias, Comunidad Valenciana, Baleares y Cataluña presentan una evolución de la desigualdad en forma de “V” invertida, con un repunte en el año 1980 y una posterior disminución en el año 1990 que, en el caso de Baleares y Cataluña, no consigue situar los niveles de desigualdad por debajo del año 1973. Finalmente, el País Vasco, La Rioja, Murcia y Madrid registran una evolución en forma de “V”, con un mínimo de desigualdad en el año 1980.

Estos patrones son idénticos para los indicadores sintéticos considerados calculados con todos los datos, con excepción del caso de Castilla-La Mancha que cambia de grupo debido a leves variaciones en los valores de ambos indicadores. Resulta interesante comprobar que la totalidad de patrones de evolución de desigualdad, generados por los indicadores considerados, son congruentes con la relación de dominación de Lorenz, descrita detalladamente para todas las comunidades en Pena et al. (1996). Sin embargo, si consideramos la DP_2 calculada para cada corte temporal, los resultados obtenidos violan la relación de dominancia de Lorenz⁶.

Finalmente, se han ordenado las Comunidades Autónomas según su nivel de desigualdad utilizando los indicadores sintéticos calculados. Dichas ordenaciones se encuentran en la Tabla A del Anexo. Se ha analizado la concordancia entre los rangos que proporcionan los tres indicadores sintéticos, mediante el coeficiente de concordancia W de Kendall, obteniéndose un p -valor de 0,015, y rechazando, por tanto, la hipótesis nula de existencia de diferencias significativas entre las distintas ordenaciones comparadas.

En esta misma tabla se observan los comportamientos de las Comunidades Autónomas a lo largo del tiempo en cuanto a su nivel de desigualdad. Entre las importantes y numerosas conclusiones que pueden extraerse de las ordenaciones, es interesante considerar, por ejemplo, la evolución de Baleares o Cataluña, que en 1973 registraban niveles de desigualdad absolutos muy bajos y que han sido superadas por numerosas comunidades a lo largo del tiempo; por el contrario, otras comunidades como Asturias se han destacado siempre por sus bajos niveles de desigualdad. De esta ordenación se deduce, por tanto, que,

⁶ Esto ocurre para el caso de Extremadura que presenta un esquema de dominación bastante concluyente de cada período respecto del anterior, mientras que los resultados de la DP_2 calculada con los datos de cada corte invierten la ordenación entre los años 1973 y 1980.

aunque el tiempo es un factor que influye en la reducción de la desigualdad en términos generales, existen casos que requieren un análisis más detallado para identificar las consecuencias distributivas de los modelos de desarrollo seguidos en cada comunidad.

8. BIBLIOGRAFÍA

- CALLEALTA, F.J.; CASAS, J.M.; NÚÑEZ, J.J. (1995). "Un modelo para la distribución de ingresos en España: Ajuste y evolución de la desigualdad". *Actas de la IX Reunión Asepelt-España. Volumen III, págs. 219-232*. Santiago de Compostela.
- CALLEALTA, F.J.; CASAS, J.M.; NÚÑEZ, J.J. (1996). "Distribución de la Renta per Cápita Disponible en España: Descripción, Desigualdad y Modelización". En *Distribución Personal de la Renta en España*, Cap. 5, J.B. Pena (Director). Ed. Pirámide. Madrid.
- CASAS, J.M.; NÚÑEZ, J.J. (1991). "Sobre la medición de la desigualdad y conceptos afines". *Actas de la V Reunión Anual de ASEPELT-España. Libro 2*. Las Palmas de Gran Canaria.
- GARCÍA, C.; NÚÑEZ, J.J.; RIVERA, L.F.; ZAMORA, A.I. (1999). "Análisis de la Desigualdad y otros Aspectos de la distribución Personal de la Renta en España, a través de Baterías de Indicadores". *Actas de la XIII Reunión Anual de ASEPELT-España. Burgos*.
- GARCÍA, C.; NÚÑEZ, J.J.; RIVERA, L.F.; ZAMORA, A.I. (2001). "Análisis Comparativo de la Desigualdad a partir de una batería de Indicadores. El caso de las Comunidades Autónomas Españolas en el período 1973-1991". *Aceptado para publicación en Estudios de Economía Aplicada*.
- FOSTER, J.E.; SHORROCKS, A.F. (1988). "Inequality and Poverty Orderings". *European Economic Review*, 32, págs. 654-662.
- GIBBONS, J.D.; CHAKRABORTI, S. (1992). *Nonparametric Statistical Inference*. 3rd edition. Marcel Dekker, Inc. New York.
- HORN, R.A.; JOHNSON, C.A. (1985). *Matrix Analysis*. Cambridge University Press.
- JOHNSON, R.A.; WICHERN, D. W. (1992). *Applied Multivariate Statistical Analysis*. Prentice-Hall.
- JOLLIFFE, I.T. (1986). *Principal Component Analysis*. Springer Verlag.
- KERAMIDAS, E.M.; DEVLIN, S.S.; GNANADESIKAN, R. (1987). "A Graphical Procedure for Comparing the Principal Components of Several Covariance Matrices". *Communications in Statistics, B. Computation and Simulation*, 16, pp. 161-191.
- KRZANOWSKI, W.J. (1979). "Between-groups comparison of principal components". *Journal of the American Statistical Association*, 74, pp.703-707; Correction note (1981), 76, p.1022.
- KRZANOWSKI, W.J. (1982). "Between-groups comparison of principal components-some sampling results". *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 15, pp.141-154.
- NYGARD, F.; SANDSTROM, A. (1981). *Measuring Income Inequality*. Amqvist & Wiksell International. Stockholm.
- PENA, J.B. (1977). *Problemas de la medición del bienestar y conceptos afines*. INE. Madrid.
- PENA, J.B. (Director); CALLEALTA, F.J.; CASAS, J.M.; MEREDIZ, A.; NÚÑEZ, J.J. (1996). *Distribución Personal de la Renta en España*. Pirámide. Madrid.
- SEN, A. (1997). *On Economic Inequality*. Clarendon Press, Paperbacks. Oxford.

SHORROCKS, A.F. (1983). "Ranking Income Distributions". *Economica*, 50, págs. 3-17.

ZARZOSA, P. (1996). *Aproximación a la medición del bienestar social*. Universidad de Valladolid. Valladolid.

ANEXO

Rangos	Caso	DP_2 transversal	DP_2 global	Z^* global
Año 1973	Total Nacional	29	43	43
	Andalucía	36	49	50
	Aragón	34	54	52
	Asturias	7	10	11
	Baleares	3	6	6
	Canarias	25	34	35
	Cantabria	27	51	46
	Castilla-León	48	56	56
	Castilla-La Mancha	33	52	53
	Cataluña	5	9	10
	Comunidad Valenciana	12	22	21
	Extremadura	39	53	54
	Galicia	18	27	26
	Madrid	35	50	51
	Murcia	42	55	55
	Navarra	8	16	16
	País Vasco	21	36	32
	La Rioja	19	31	29
Año 1980	Total Nacional	52	41	44
	Andalucía	46	37	41
	Aragón	49	38	37
	Asturias	26	20	20
	Baleares	37	28	28
	Canarias	44	33	33
	Cantabria	50	40	38
	Castilla-León	40	29	30
	Castilla-La Mancha	55	46	48
	Cataluña	54	42	36
	Comunidad Valenciana	56	48	47
	Extremadura	41	30	31
	Galicia	30	23	23
	Madrid	47	35	39
	Murcia	24	19	19
	Navarra	31	24	24
	País Vasco	6	4	4
	La Rioja	4	2	2
	Ceuta y Melilla	32	25	27
Año 1990	Total Nacional	28	26	25
	Andalucía	38	32	34
	Aragón	9	5	5
	Asturias	1	1	1
	Baleares	13	11	13
	Canarias	23	21	22
	Cantabria	11	8	9
	Castilla-León	20	17	17
	Castilla-La Mancha	53	47	45
	Cataluña	17	14	15
	Comunidad Valenciana	10	7	7
	Extremadura	22	18	18
	Galicia	15	13	12
	Madrid	45	44	40
	Murcia	43	39	42
	Navarra	2	3	3
	País Vasco	16	15	14
	La Rioja	14	12	8
	Ceuta y Melilla	51	45	49

Tabla A: Ordenaciones de los casos establecidas por los distintos indicadores.